

ფირფიტისათვის ერთი არაწრფივი დინამიური ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის შესახებ

ვლადიმერ ოდიშარია, ჯემალ ფერაძე

ელ-ფოსტა: vladimer.odisharia@tsu.ge, jemal.peradze@tsu.ge

ინტერდისციპლინური (მათემატიკა, კომპიუტერული მეცნიერებები) : მათემატიკური ლოგიკა და დისკრეტული სტრუქტურები, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

ბერგერის [1] შედეგის გამოყენებით Wah-მა [3] აჩვენა, რომ $\Omega = \{(x, y) \mid 0 < x < a, 0 < y < b\}$ მართკუთხა ფირფიტის დიდი ამპლიტუდით რხევა შეიძლება აღწერილ იქნას შემდეგი არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებით

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \alpha \Delta^2 w - \beta \left[\int_{\Omega} \left(\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) dx dy \right] \Delta w = 0, \quad (1)$$

რომელშიც $w(x, y, z)$ ვერტიკალური გადაადგილებაა, ხოლო α და β წარმოადგენენ არაუარყოფით მუდმივებს.

განხილულია (1) განტოლება შემდეგი საწყის-სასაზღვრო პირობებით

$$\frac{\partial^p w}{\partial t^p}(x, y, 0) = w^p(x, y), \quad p = 0, 1, \quad w(x, y, t)|_{\partial\Omega} = 0, \quad (2)$$

სადაც $w^0(x, y)$ და $w^1(x, y)$ მოცემული ფუნქციებია, ხოლო $\partial\Omega$ წარმოადგენს Ω არის საზღვარს.

(1), (2) ამოცანისათვის ავავთთ მიახლოებითი ამონახსნი სივრცული ცვლადების მიმართ. ამისათვის გამოვიყენოთ გალიორკინის მეთოდი. ამონახსნი ვეძებთ შემდეგი მწკრივის სახით

$$w_{mn}(x, y, t) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w_{ij}^{mn}(t) \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b},$$

რომელშიც $w_{ij}^{mn}(t)$ წარმოადგენს შემდეგ განტოლებათა სისტემის ამონახსნს

$$\begin{aligned} & \left(w_{ij}^{mn}(t) \right)'' + \alpha \left(\left(\frac{\pi i}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi j}{b} \right)^2 \right)^2 w_{ij}^{mn}(t) + \\ & + \frac{1}{4} ab \beta \left(\sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n \left(\left(\frac{\pi k}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi l}{b} \right)^2 \right) w_{kl}^{mn}(t) \right) \left(\left(\frac{\pi i}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi j}{b} \right)^2 \right) w_{ij}^{mn}(t) = 0, \\ & i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n, \end{aligned}$$

შემდეგი სასაზღვრო პირობებით

$$\frac{d^p w_{ij}^{mn}}{dt^p}(0) = \frac{4}{ab} \int_{\Omega} w^p(x, y) \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b} dx dy, \quad p = 0, 1.$$

ვიყენებთ რა ერთგანზომილებიანი ამოცანისთვის [2]-ში აღწერილ მიდგომას, ვახდენთ მეთოდის ცდომილების შეფასებას.

ლიტერატურა

1. H.M Berger, A new approach to the analysis of large deflections of plates, J. Appl. Mech., 22, no. 4, 465-472, 1955
2. J. Peradze, On the accuracy of the Galerkin method for a nonlinear beam equation, Math. Meth. Appl. Sci., 34, 1725-1732, 2011
3. T. Wah, Large amplitude flexural vibration of rectangular plates, Int. J. Mech. Sci., v. 3, no. 6, 425-438, 1963