

**აბსტრაქტული პარაბოლური განტოლებისთვის სამშრიანი ნახევრადდისკრეტული
სქემის მიყვანა ორშრიან სქემაზე და ცხადი შეფასებები
მიახლოებითი ამონახსნის ცდომილებისთვის**

ჯემალ როგავა^ა

დავით გულუა^ბ

ელ-ფოსტა: jemal.rogava@tsu.ge

ელ-ფოსტა: d_gulua@gtu.ge

^ა მათემატიკის დეპარტამენტი, ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
უნივერსიტეტის ქ., 2, თბილისი 0186, საქართველო

^ბ კომპიუტერული ინჟინერიის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი,
კოსტავას ქ., 77, თბილისი, საქართველო

X ბანახის სივრცეში განვიხილოთ შემდეგი ევოლუციური ამოცანა:

$$\frac{du}{dt} + Au(t) = 0, \quad t \in [0, T], \quad u(0) = u_0, \quad (1)$$

სადაც ოპერატორი $(-A)$ წარმოქმნის ძლიერად უწყვეტ ნახევარჯგუფს; u_0 - მოცემული ვექტორია X -დან; $u(t)$ - სამეზნი აბსტრაქტული ფუნქციაა მნიშვნელობებით X -დან.

შემოვიღოთ $[0, T]$ -ზე ბადე $t_k = k\tau$, $k = 1, 2, \dots, n$, $\tau = T/n$. (1) ამოცანის მიახლოებით ამონახსნს ვეძებთ არაცხადი სამშრიანი ნახევრადდისკრეტული სქემის გამოყენებით. შემოთვალისწინოთ საშუალებით ეს სქემა დაიყვანება ორ ორშრიან სქემაზე, რომელთაგან ერთი შეესაბამება მცირე პარამეტრის ნულოვან ხარისხს, ხოლო მეორე - პირველ ხარისხს (ამ შემთხვევაში მცირე პარამეტრის როლს ასრულებს τ). ამ სქემების ამონახსნები შესაბამისად ავლნიშნოთ $u_k^{(0)}$ და $u_k^{(1)}$ -ით. ვექტორი $v_k = u_k^{(0)} + \frac{\tau}{2} u_k^{(1)}$ გამოვაცხადოთ (1) ამოცანის ზუსტი ამონახსნის მიახლოებით მნიშვნელობად $t = t_k$ წერტილში, $u(t_k) \approx v_k$. ადგილი აქვს შემდეგ თეორემას.

თეორემა. ვთქვათ A არის წრფივი, მკვრივად განსაზღვრული, ჩაკეტილი ოპერატორი X ბანახის სივრცეში. ვთქვათ, რომ სექტორი $|\arg(z)| < \varphi$, $0 < \varphi < \pi/2$, მთლიანად შეიცავს A ოპერატორის სპექტრს და ნებისმიერი $z \neq 0$ -თვის, რომელიც არ ეკუთვნის ამ სექტორს შესრულებულია პირობა $\|(zI - A)^{-1}\| \leq c_0 |z|^{-1}$, $c_0 = \text{const} > 0$. მაშინ მართებულია შეფასება:

$$\|u(t_k) - v_k\| \leq c \tau^2 \ln\left(\frac{et_k}{\tau}\right) \|A^2 u_0\|, \quad k = 2, \dots, n,$$

სადაც $u_0 \in D(A^2)$, მუდმივი $c > 0$ არ არის დამოკიდებული გამოსავალი ამოცანის ამონახსნზე.

მადლობა: წინამდებარე ნაშრომი შესრულებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის პროექტის DI/13/5-106/12 დაფინანსების ფარგლებში.