

კომპაქტური ვეივლეტ მატრიცების შესახებ

ლაშა ეფრემიძე

ელ-ფოსტა: lasha.ephremidze@tsu.ge

მათემატიკური ანალიზის დეპარტამენტი, თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

2, უნივერსიტეტის ქუჩა, 0143, თბილისი

წრეწირზე მოცემული დადებითად განსაზღვრული $S(t)$ მატრიც ფუნქციის წარმოდგენას $S(t)=S_+(t)S_-(t)$ ნამრავლის სახით, სადაც S_+ არის წრის შიგნით რეგულარული ანალიზური მატრიც ფუნქცია, ხოლო $S_-(t)$ – მისი შეუღლებული, ეწოდება სპექტრალური ფაქტორიზაცია. ეს წარმოდგენა მნიშვნელოვან როლს თამაშობს სხვადასხვა პრაქტიკული ამოცანის ამოხსნისას მართვის თეორიასა და კომუნიკაციებში. შესაბამისად არსებობს სპექტრალური ფაქტორიზაციის უამრავი მეთოდი. ბოლო წლების განმავლობაში შეიქმნა მატრიც ფუნქციების სპექტრალური ფაქტორიზაციის ზოგადი ეფექტური მეთოდი [1], [2]. აღმოჩნდა, რომ ეს მეთოდი მჭიდრო კავშირშია ვეივლეტების თეორიასთან. ვეივლეტები წარმოადგენენ $L_2(\mathbb{R})$ ჰილბერტის სივრცის სპეციალურ ორთონორმირებულ ბაზისებს, რომელთა თეორიაც, როგორც ჰარმონიული ანალიზის განშტოების, აქტიურად ვითარდებოდა გასული საუკუნის 90-იანი წლებიდან მოყოლებული. ვეივლეტებმა ბუნებრივად ჩაანაცვლა ფურიეს ანალიზის მეთოდები სხვადასხვა საინჟინრო ამოცანების ამოხსნისას. რამდენადაც კომპიუტერული ალგორითმიზაციები მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ ამგვარი ამოცანების რეალიზაციაში, შეიქმნა ვეივლეტების თეორიის დისკრეტული ნაწილიც, რომლებიც ვეივლეტ მატრიცების სახით არიან წარმოდგენილნი.

ზემოხსენებული სპექტრალური ფაქტორიზაციის ახალი მეთოდის ძირითადი იდეა წარმატებით იქნა გამოყენებული კონკრეტული კლასის ვეივლეტ მატრიცების (რომელთაც გააჩნიათ რანგი m და რიგი და ხარისხი N) სრული პარამეტრიზაციისთვის $(m-1)N$ განზომილებიანი ევკლიდური სივრცის ტერმინებში. სხვაგვარი პარამეტრიზაცია არსებობდა უფრო რთული პროექციული სივრცის ტერმინებში, რომელსაც ეყრდნობა კომპაქტური ვეივლეტ მატრიცების გენერირებისა და მათი პირველი სტრიქონიდან დანარჩენი სტრიქონის შევსების ალგორითმები. განსახვავებულმა პარამეტრიზაციამ საშუალება მოგვცა ახალი კუთხით შეგვეხედა ორივე ამ ალგორითმისთვის და მათი უფრო ეფექტური კომპიუტერული რეალიზაცია შემოგვეთავაზებინა [3]. ძირითადი იდეა ახალი პარამეტრიზაციის მდგომარეობს იმაში, რომ მყარდება ურთიერთცალსახა ასახვა კომპაქტური ვეივლეტ მატრიცების შესაბამის $U(t)$ უნიტარულ მატრიც პოლინომებსა და მათ ვინერ-ჰოპფის ფაქტორებს $U(t)$ -ს შორის, სადაც $U(t)=U_-(t)U_+(t)$. თავის მხრივ ეს უკანასკნელი $U_-(t)$ მარტივი ფორმითაა აღწერილი. დაწერილია ცხადი სახით ფორმულები თუ როგორ აიგოს $U_-(t)$ -დან $U(t)$ და პირიქით. დაწვრილებით ეს შედეგები გადმოცემულია სტატიაში [4].

ლიტერატურა

- [1] G. Janashia, E. Lagvilava, and L. Ephremidze, *IEEE Trans. Inform. Theory*, **57** (2011), 2318-2326.
- [2] L. Ephremidze, G. Janashia, and E. Lagvilava, *J. Fourier Anal. Appl.*, **17** (2011), 976-990.
- [3] N. Salia, A. Gamkrelidze, and L. Ephremidze, preprint, <http://arxiv.org/abs/1211.4516>
- [4] L. Ephremidze and E. Lagvilava, preprint, <http://arxiv.org/abs/1109.3809>