

მოკვეთილი ექსპონენციალური განაწილების პარამეტრების მაქსიმალური დასაჯერობის მეთოდით შეფასების შესახებ

გიორგი ლომინაშვილი^ა
მზევინარ ფაცაცია^ბ

ელ-ფოსტა: lominashvili1971@yahoo.com

^ა ზუსტი მეცნიერებათა ფაკულტეტი, ა. წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა ფაკულტეტი, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
^ბ ქ. ქუთაისი 4600, თ. მეფის ქ. 59. ^გ ქ. თბილისი 0186, ა. პოლიტკოვსკაიას ქ. 9

ვთქვათ, X არის მოკვეთილი ექსპონენციალურად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდე განაწილების სიმკვრივით

$$f(x; \theta, \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{\theta e^{-\theta x}}{e^{-\alpha\theta} - e^{-\beta\theta}}, & \alpha < x \leq \beta \\ 0, & x \leq \alpha, x > \beta \end{cases}, \quad (1)$$

სადაც $\alpha < \beta$ და $\alpha, \beta,$ და θ უცნობი პარამეტრებია. ვთქვათ X_1, X_2, \dots, X_n არის n მოცულობის შერჩევა (1) ფორმულით მოცემული მოკვეთილი ექსპონენციალურად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდეებიდან. მოცემული დაკვირვების საფუძველზე უნდა შევაფასოთ α, β და θ . ამისთვის ვიყენებთ მაქსიმალური დასაჯერობის მეთოდს. დასაჯერობის ფუნქციას აქვს სახე

$$L(x; \theta, \alpha, \beta) = \theta^n (e^{-\alpha\theta} - e^{-\beta\theta})^{-n} \cdot \exp\left(-\theta \sum_{i=1}^n x_i\right) = \theta^n (e^{-\alpha\theta} - e^{-\beta\theta})^{-n} \cdot \exp(-n\theta \bar{X}). \quad (2)$$

თეორემა. დავუშვათ, რომ X_1, X_2, \dots, X_n არის შერჩევა შემთხვევითი სიდიდეებიდან, რომლის განაწილების სიმკვრივე მოცემულია (1) ფორმულით, სადაც $\alpha < \beta$ და $\alpha, \beta,$ და θ უცნობი პარამეტრებია. თუ $0 < \bar{X} < \frac{\beta + \alpha}{2}$, მაშინ θ - თვის არსებობს მაქსიმალური დასაჯერობით მიღებული შეფასება და

$$\frac{1}{\theta} - (\beta e^{-\beta\theta} - \alpha e^{-\alpha\theta})(e^{-\alpha\theta} - e^{-\beta\theta})^{-1} - \bar{X} = 0. \quad (3)$$

განტოლებას აქვს ერთადერთი ფესვი. ეს შეფასება ძალდებულია და ასიმპტოტურად ეფექტურია. ამასთან $\alpha = X_{(1)} = \min(X_1, \dots, X_n), \beta = X_{(n)} = \max(X_1, \dots, X_n)$.

შენიშვნა. თუ $\alpha = 0$ და $\beta = \infty$, მაშინ (3) -დან $\theta = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i}$. კომპიუტერული

სიმულაციით, როცა $\alpha = 1, \beta = 2$ და $\theta = 2$, შერჩევის მოცულობით $n = 10000$, მივიღეთ შეფასება $\bar{X} = 1,344, \hat{\theta} = 2,005$.