

ტენზორული ინვარიანტები და ერთგვაროვანი რიმანის სივრცეები

რუსლან სურმანიძე

ელფოსტა: ruslan.surmanidze@tsu.ge

მათემატიკის მიმართულება, ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ვთქვათ, $M = \mathfrak{g}/\hbar$ ერთგვაროვანი რიმანის სივრცეა, სადაც $\hbar$ წარმოადგენს $\mathfrak{g}$ ლის ჯგუფის კომპაქტურ ქვეჯგუფს. ო. ვ. მანტუროვმა და ჯ. ა. ვოლფმა მოახდინეს ერთგვაროვანი რიმანის სივრცეების კლასიფიკაცია, რომელთა ე. წ. იზოტროპიის ჯგუფი დაუყვანადია.

ადგილი აქვს პირდაპირ ჯამად გაშლას:

$$G = H + B,$$

სადაც H და G არის $\hbar$ და $\mathfrak{g}$ ლის ჯგუფებს შესაბამისი კომპაქტური ლის ალგებრები, ხოლო B წარმოადგენს G წრფივი სივრცის ქვესივრცეს, რომელიც ინვარიანტულია G სივრცის $Ad_h()$, $h \in H$ გარდაქმნის მიმართ. B წრფივ სივრცეს ეწოდება M ერთგვაროვანი სივრცის იზოტროპიის ალგებრა. იზოტროპიის ალგებრის მიმართ ყოველი ინვარიანტული ტენზორი განსაზღვრავს ინვარიანტულ ტენზორულ ველს ერთგვაროვან სივრცეზე.

განხილული ერთგვაროვანი სივრცეების იზოტროპიის ჯგუფი წარმოადგენს წრფივ ჯგუფს, რომელიც განსაზღვრულია ამ სივრცის შესაბამისი H ალგებრის გარკვეული იზოტროპულად დაუყვანადი $\mathfrak{p}$ წარმოდგენით.

განვიხილავთ იზოტროპულად დაუყვანადი $\mathfrak{p}$ წარმოდგენის ტენზორული კვადრატის დაშლას იზოტროპულად დაუყვანად წარმოდგენათა პირდაპირ ჯამებად:

$$\mathfrak{p} \otimes \mathfrak{p} = \sum_{i=1}^p k_{\varphi_i} \varphi_i,$$

სადაც, φ_i არის H ალგებრის დაუყვანადი წარმოდგენა, ხოლო k_{φ_i} მისი კოეფიციენტი ამ გაშლაში. შურის ლემის გამოყენებით, ჩვენ გამოვითვლით ერთგვაროვან სივრცეზე 3 და 4 ვალენტობის მქონე, ინვარიანტული ტენზორული ველების განზომილებებს.

მთავარ შედეგი არის შემდეგი (დაიბეჭდება ჟურნალში: "Journal of Mathematical Sciences", Springer. Journal no.10958): დადგენილია ინვარიანტული ტენზორული ველების განზომილებები, როცა ერთგვაროვანი სივრცის შესაბამისი $\hbar$ ქვეჯგუფის ტიპია მარტივი ლის ალგებრები: A_n , $n \geq 1$ და $A_1 + B_n$, $n \geq 2$.

ლიტერატურა

- [1]. O. V. Manturov, Homogeneous Riemannian spaces with an irreducible rotation group. (Russian) Trudy Sem. Vektor. Tenzor. Anal. 13 (1966), 68-145.
- [2]. J. A. Wolf, The geometry and structure of isotropy irreducible homogeneous spaces. Acta Math. 120 (1968), 59-148.
- [3]. R. M. Surmanidze, Tensors that are invariant with respect to the isotropy group of homogeneous Riemannian Manturov spaces. (Russian) Soobshch. Akad. Nauk Gruz. SSR 127 (1987), no. 2, 245-248.
- [4]. J. A. Wolf, Spaces of constant curvature. Department of Mathematics, University of California, Berkeley, Calif., 1972.