დიაგონალური ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემების მიმართ ორმაგი მწკრივების თითქმის ყველგან შეჯამებადობის შესახებ

გივი ნადიბაიძე
givi.nadibaidze@tsu.ge
მათემატიკის დეპარტამენტი, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, უნივერსიტეტის ქ. 13

ბლოკებში ორთოგონალური სისტემები პირველად განხილული იყო მორიცისა და გაპოშკინის მიერ. გაპოშკინმა დაამტკიცა, რომ მენშოვისა და რადემახერის მიერ ორთოგონალური მწკრივის კოეფიციენტებზე დადგენილი ტესტი, რომელიც უზრუნველყოფს ორთოგონალური მწკრივის თითქმის ყველგან კრებადობას, ძალაში რჩება ბლოკებში ორთოგონალური მწკრივებისთვისაც გარკვეულ პირობებში, ასევე გარკვეულ პირობებში ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემებისათვის ძალაში რჩება ცნობილი დიდ რიცხვთა გაძლიერებული კანონი. შემდგომში მიღებულ იქნა შედეგები, რომლებიც განაზოგადებენ გაპოშკინისა და მენშოვ–რადემახერის თეორემებს და იძლევიან ვეილის მამრავლების განსაზღვრის საშუალებას იმ შემთხვევაშიც, როცა ძალას კარგავს ზემოთ ნახსენები ტესტი.

ქვემოთ განხილულია ზოგიერთი საკითხი, რომელიც დაკავშირებულია დიაგონალური ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემების მიმართ ორმაგი მწკრივების თითქმის ყველგან შეჯამებადობასთან

ვთქვათ $\{M_k\}$ და $\{N_k\}$ ნატურალურ რიცხვთა მკაცრად ზრდადი მიმდევრობებია და

$$\Delta_k = ([1, M_{k+1}] \times [1, N_{k+1}]) \setminus ([1, M_k] \times [1, N_k]), \quad (k \ge 1) .$$

ვთქვათ $\{\varphi_{mn}\}$ არის ფუნქციათა სისტემა $L^2((0,1)^2)$–დან. $\{\varphi_{mn}\}$ სისტემას ვუწოდოთ დიაგონალური Δ_k -ორთონორმირებული სისტემა, თუ $\|\varphi_{mn}\|_2 = 1$, $m = 1,2,\ldots, n = 1,2,\ldots$ და $(\varphi_{ij}, \varphi_{pq}) = 0$, როცა $(i, j), (p,q) \in \Delta_k$, $(i, j) \ne (p,q)$, $(k \ge 1)$.

დიაგონალური ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემების მიმართ ორმაგი მწკრივების თითქმის ყველგან $(C,1,1)$, $(C,1,0)$ და $(C,0,1)$ მეთოდებით შეჯამებადობისათვის შევისწავლეთ მენშოვისა და კაჩმაჟის ცნობილი საკოეფიციენტო ტესტის განზოგადების საკითხი. დადგენილია აუცილებელი და საკმარისი პირობები ორთოგონალობის ბლოკების სიგრძეებზე, რის შემთხვევაშიც ორმაგი ბლოკებში ორთოგონალური მწკრივებისთვის ძალაში რჩება კაჩმაჟის თეორემის ორგანზომილებიანი ანალოგი. ასევე, დადგენილია კავშირი ორთოგონალობის ბლოკების სიგრძესა და ვეილის მამრავლებს შორის, რის საშუალებითაც შეიძლება განისაზღვროს ზუსტი ვეილის მამრავლები Δ_k -ორთონორმირებული სისტემების მიმართ ორმაგი მწკრივების თითქმის ყველგან $(C,1,1)$, $(C,1,0)$ და $(C,0,1)$ მეთოდებით შეჯამებადობისათვის იმ შემთხვევაშიც, როცა კაჩმაჟის თეორემა ძალას კარგავს.

და ბოლოს, მიღებულია ბლოკის სიგრძის ზრდის მინიმალური რიგი, რის შემთხვევაშიც ორმაგი ორთოგონალური მწკრივებისთვის დადგენილი ვეილის მამრავლები ძალაში რჩებიან დიაგონალური ბლოკებში ორთონორმირებული სისტემების მიმართ მწკრივებისთვისაც.