ფურიეს მწკრივების განზოგადებული ჩეზაროს საშუალოების კრებადობის შესახებ

თეიმურაზ ახობაძე
ელ–ფოსტა: teimuraz.akhobadze@tsu.ge
მათემატიკის დეპარტამენტი, თბილისის ივ. ჯავახიშვილის სახელობის უნივერსიტეტი,
ჭავჭავაძის პროსპექტი 1, თბილისი 0128, საქართველო

ვთქვათ (α_n) არის რიცხვთა მიმდევრობა, რომლისთვისაც $\alpha_n > -1,\ n = 1, 2, \ldots$. ვიგულისხმოთ, რომ

$$\sigma_n^{\alpha_n}(x, f) =: \sum_{\nu=0}^{n} A_{n-\nu}^{\alpha_n - 1} S_\nu(x, f) / A_n^{\alpha_n},$$

სადაც

$$A_k^{\alpha_n} = (\alpha_n + 1)(\alpha_n + 2)\ldots(\alpha_n + k) / k!.$$

თუ (α_n) არის მუდმივი მიმდევრობა $(\alpha_n = \alpha,\ n = 1, 2, \ldots)$, მაშინ $\sigma_n^{\alpha_n}(x, f)$ ემთხვევა ჩვეულებრივ ჩეზაროს $\sigma_n^{\alpha}(x, f)$ საშუალოებს. $\sigma_n^{\alpha_n}(x, f)$ საშუალოების კრებადობის შემთხვევაში ვამბობთ, რომ f ფუნქციის ფურიეს მწკრივი (C, α_n)–შეჯამებადია x წერტილში.
კარგადაა ცნობილი ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივების ლეგებეგის ერთ–ერთი ყველაზე ზოგადი კრებადობის ნიშანი. გერგენის მიერ გაძლიერებულ იქნა ლებეგის ეს დებულება. ჟიჟიაშვილმა გერგენის დებულება დაამტკიცა ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივების (C, α) საშუალოებისათვის $(-1 < \alpha < 1)$.
მოხსენების მიზანია ჟიჟიაშვილის აღნიშნული დებულების განზოგადება (C, α_n)–შეჯამებადობისათვის.
თეორემა. ვთქვათ $-1 < \alpha_n < 1,\ n = 1, 2, \ldots,\ \varphi(x, t) = f(x+t) + f(x-t) - 2f(x)$ და

$$\overline{\Phi}(x, t) = \sup_{0 \le u \le t} |\Phi(x, t)|.$$

ვიგულისხმოთ, რომ

$$\text{(1)} \qquad \frac{1}{(1+\alpha_n)n} \int_{\frac{\pi}{n}}^{\pi} \frac{\overline{\Phi}(x, t)}{t^3} dt = o(1)$$

და

$$\text{(2)} \qquad \frac{1}{(1+\alpha_n)n^{\alpha_n}} \sup_{0<h\le\frac{\pi}{n}} \int_{\frac{\pi}{n}}^{\pi} t^{-1+\alpha_n} |\varphi(x, t) - \varphi(x, t+h)| dt = o(1),\ n \to \infty.$$

მაშინ f ფუნქციის ფურიეს მწკრივი (C, α_n)–შეჯამებადია x წერტილში. შეჯამებადობა თანაბარია უწყვეტობის ჩაკეტილ ინტერვალზე, სადაც (1) და (2) სრულდება თანაბრად.