ბერნულის რეგრესიის ფუნქციის არაპარამეტრული შეფასების შესახებ

პეტრე ბაბილუა [ა]

ელიზბარ ნადარაია [ბ], *გრიგოლ სოხაძე* [გ]

ელ-ფოსტა: petre.babilua@tsu.ge

[ა,ბ,გ] მათემატიკის დეპარტამენტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი 0186, უნივერსიტეტის ქ. 2

ვთქვათ, მოცემულია შერჩევა Y_i, $P(Y_i=1\,|\,x_i)=p(x_i)$, $P(Y_i=0\,|\,x_i)=1-p(x_i)$, $i=\overline{1,n}$, $x_i\in[0,1]$, გარკვეული სახის დაყოფის წერტილებია, ხოლო $p(x)$, $x\in[0,1]$, უცნობი ბერნულის რეგრესიის ფუნქციაა. $p(x)$-ის შესაფასებლად განხილულია ნადარაია-ვატსონის გულოვანი ტიპის არაპარამეტრული შეფასების ანალოგი:

$$\hat{p}_n(x)=\sum_{i=1}^{n}Y_iK\left(\frac{x-x_i}{h_n}\right)\Bigg/\sum_{i=1}^{n}K\left(\frac{x-x_i}{h_n}\right),$$

სადაც $K(x)$ გარკვეულ პირობებს აკმაყოფილებს, ხოლო $h_n>0$, $h_n\to 0$. შესწავლილია $\hat{p}_n(x)$-ის ძალდებულობისა და ასიმპტოტურად ნორმალურად განაწილების საკითხი. **დამტკიცებულია**, რომ ერთის ტოლი ალბათობით $\sup\limits_{0\le x\le 1}\left|\hat{p}_n(x)-p(x)\right|\to 0$. შემოღებულია ახალი ინტეგრალური ტიპის შემთხვევითი პროცესი

$$T_n(t)=\sqrt{n}\int_0^t\left(\hat{p}_n(x)-p(x)\right)\psi(x)\,dx\,.$$

ნაჩვენებია, რომ $T_n(t)$ პროცესის სასრულგანზომილებიანი განაწილებები კრებადია ვინერის $w(t)$ პროცესის სასრულგანზომილებიანი განაწილებებისაკენ, ამასთან

$$E\left|T_n(t_1)-T_n(t_2)\right|^s\le c\left|t_1-t_2\right|^{s/2},\ \ s>2\,.$$

გიხმან-სკოროხოდის თეორემის საფუძველზე აქედან მიიღება მნიშვნელოვანი

თეორემა. $C[0,1]$-ზე განსაზღვრული ყოველი უწყვეტი $f(\cdot)$ ფუნქციონალის $f(T_n)$-ის განაწილება კრებადია $f(w)$-ის განაწილებისაკენ. კერძოდ, ცხადი სახით მიღებულია $\sup T_n(t)$-ის ზღვარითი განაწილება, რომელიც გამოყენებულია თანხმობის კრიტერიუმის ასაგებად.