

განზოგადებულ თეტა-მწკრივთა ზოგიერთი სივრცის ბაზისის შესახებ

ქეთევან შავგულიძე

email: ketevan.shavgulidze@tsu.ge

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

მათემატიკის დეპარტამენტი

ვთქვათ $Q(X)$ დადებითად განსაზღვრული კვადრატული ფორმაა ცვლადთა ლუწი რიცხვით და $P(X)$ არის v რიგის სფერული ფუნქცია $Q(X)$ -ის მიმართ ([1]),

$$\vartheta(\tau, P, Q) = \sum_{n \in \mathbb{Z}^r} P(n)z^{Q(n)}$$

$$z = e^{2\pi i \tau}, \quad \text{Im } \tau > 0,$$

არის შესაბამისი r -ჯერადი თეტა-მწკრივი ([2], pp. 808, 855).

ვთქვათ $T(v, Q) = \{\vartheta(\tau, P, Q)\}$ აღნიშნავს განზოგადებულ თეტა-მწკრივთა ვექტორულ სივრცეს. გუდინგმა [1] გამოთვალა $T(v, Q)$ ვექტორული სივრცის განზომილება Q დაყვანილი ბინარული კვადრატული ფორმებისათვის. [3]-ში ჩვენ დავადგინეთ $T(v, Q)$ ვექტორული სივრცის განზომილების ზედა საზღვრები დიაგონალური და ზოგიერთი არადიაგონალური ტერნარული და კვატერნარული კვადრატული ფორმებისათვის, კერძოდ $Q_1 = b_{11}x_1^2 + b_{22}(x_2^2 + x_3^2 + x_4^2)$ კვადრატული ფორმისათვის დავამტკიცეთ, რომ

$$\dim T(v, Q_1) \leq g_1(v) = \begin{cases} \frac{1}{3} \left(\frac{v}{4} + 1\right) \left(\frac{v}{4} + 2\right) & \text{if } v \equiv 4 \text{ or } 8 \pmod{12}, \\ \frac{v}{4} \left(\frac{v}{12} + 1\right) + 1 & \text{if } v \equiv 0 \pmod{12}, \\ \frac{(v+2)(v+10)}{48} & \text{if } v \equiv 2 \text{ or } 10 \pmod{12}, \\ 3 \left(\frac{v+6}{12}\right)^2 & \text{if } v \equiv 6 \pmod{12}, \end{cases}$$

ხოლო $Q_2 = b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}(x_3^2 + x_4^2)$ კვადრატული ფორმისათვის

$$\dim T(v, Q_2) \leq g_2(v) = \begin{cases} \left(\frac{v}{4} + 1\right)^2 & \text{if } v \equiv 0 \pmod{4}, \\ \frac{1}{4} \left(\frac{v}{2} + 1\right) \left(\frac{v}{2} + 3\right) & \text{if } v \equiv 2 \pmod{4}. \end{cases}$$

ჩვენ ავაგეთ $T(6, Q_1)$, $T(8, Q_1)$ და $T(6, Q_2)$ ვექტორულ სივრცეთა ბაზისები და ვაჩვენებთ, რომ ამ სივრცეთა განზომილებები ემთხვევა ზემოთ ნაჩვენებ განზომილების ზედა საზღვრებს.

ლიტერატურა

1. F. Gooding, Modular forms arising from spherical polynomials and positive definite quadratic forms, *J.Number Theory*, 9 (1): 36–47, 1977.
2. E. Hecke, *Mathematische Werke*. Zweite Auflage, Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen, 1970.
3. K. Shavgulidze, On the dimensions of spaces of generalized quaternary theta-series, *Proceedings of I. Vekua Institute of applied mathematics*, 59-60: 60-75, 2009-2010.