თავისუფალი და პროექციული MV(C)-ალგებრები

რევაზ გრიგოლია

ელ-ფოსტა: revaz.grigolia@tsu.ge

მათემატიკის დეპარტამენტი,ი. ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ჭავჭავაძის გამზ.1

ცნობილია,რომ MV –ალგებრები წარმოადგენენ ლუკასევიჩის ლოგიკის ალგებრულ მოდელებს.

ალგებრას $A = (A; \otimes, \oplus, *, 0, 1)$ ეწოდება *MV-ალგებრა* მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ის აკმაყოფილებს შემდეგ ტოლობებს: 1) $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$; 2) $x \oplus y = y \oplus x$; 3) $x \oplus 0 = x$; 4) $x \oplus 1 = 1$; 5) $0^* = 1$; 6) $1^* = 0$; 7) $x \otimes y = (x^* \oplus y^*)^*$; 8) $(x^* \oplus y)^* \oplus y = (y^* \oplus x)^* \oplus x$.

ნამდვილ რიცხვთა ინტერვალი [0, 1] , რომელიც აღჭურვილია შემდეგი ოპერაციებით: $x \oplus y = \min(1, x + y)$, $x \otimes y = \max(0, x + y - 1)$, $x^* = 1 - x$, გარდაიქმნება MV -ალგებრად. როცა $(0 \neq) m \in \omega$ ჩვენ გვაქვს $S_m = (\{0,1/m, \dots , m\text{-}1/m, 1\},\oplus,\otimes, *,0, 1)$.

ალგებრას $A = (A; \otimes, \oplus, *, 0, 1)$ ეწოდება *MV(C)-ალგებრა,* თუ A არის MV-ალგებრა და დამატებით ის აკმაყოფილებს ტოლობას: $2(x^2) = (2x)^2$.

სრულყოფილი MV -ალგებრები არიან ისეთი $MV(C)$ –ალგებრები, რომლებიც წარმოქმნილია მისი უსასრულო პატარა ელემენტებით ან, ექვივალენტურად, წარმოქმნილია მათი რადიკალით, სადაც რადიკალი არის მახიმალური იდეალების თანკვეთა. მრავალსახეობა წარმოიქმნილი ყველა სრულყოფილი MV -ალგებრებით ასევე წარმოიქმნება ერთი MV -ჯაჭვით, სინამდვილეში C MV –ალგებრით, რომელიც განსაზღვრული იყო ჩანგის მიერ. ალგებრა C, $c \in C$ წარმომქნელით, იზომორფულია $\Gamma(Z \times Z,(1, 0))$, $(0, 1)$ წარმომქნელით.

თეორემა 1. 1-*წარმომქნელიანი თავისუფალი* MV (C)-*ალგებრა* $F_{\mathbf{MV(C)}}(1)$ *იზომორფულია* C^2 *ალგებრისა თავისუფალი წარმომქნელით* (c, c^*).

თეორემა 2. *ნებისმიერი m-წარმომქმნილი სასრულად წარმოდგენადი* MV (C)-*ალგებრა A პროექციულია.*

თეორემა 3. *ნებისმიერი m-წარმომქმნილი ჯაჭვისებრი* $MV(C)$-*ალგებრა* C_k $(k \leq m)$ *პროექციულია.*

თეორემა 4. $MV(C)$-*ალგებრების ევვაციურ კლასს გააჩნია უნიფიკაციის უნიტარული ტიპი.*